文章编号:1001-506X(2012)10-2094-04

基于数据融合技术的多属性群决策方法

孙世权，高淑萍，梁 原，边 疆
(西安电子科技大学理学院，陕西 西安 710071)

摘 要:利用模糊数相关理论及数据融合技术,对不同决策者对同一个方案的评价值具有不同程度冲突,属性值和属性权重均为模糊数的多属性群决策问题提出了解决方案。对模糊数的排序问题,利用可信性测度概念,通过模糊模拟方法对两个模糊数比较的大小进行计算,并建立互补判断矩阵得到最终的排序结果。算例的结果证实了该方法的可行性、有效性和合理性。

关键词:数据融合;群决策;三角模糊数;模糊模拟
中图分类号:C 934 **文献标志码**:A **DOI**:10.3969/j.issn.1001-506X.2012.10.20

Method of multiple attributive group decision making based on data fusion

SUN Shi-quan, GAO Shu-ping, LIANG Yuan, BIAN Jiang
(*School of Science, Xidian University, Xi'an 710071, China*)

Abstract: The multiple attributive group decision making problem that the rating of each alternative and the weight of each criterion are described by the fuzzy number is discussed by combining data fusion technology with triangular fuzzy number. For ranking fuzzy numbers, the conception of credibility measure is cited to calculate the relationship between two fuzzy numbers by fuzzy simulation, and the complementary judgment matrix is established to rank the order of alternatives. Finally, the results demonstrate that the proposed approach is feasible, effective and reasonable.

Keywords: data fusion; group decision making; triangular fuzzy number; fuzzy simulation

0 引 言

多属性群决策实质上是通过各属性取值(决策者评价值)的综合以及个体判断的集结,对方案进行排序和择优的一个过程。其决策模式和决策过程存在着两类需要协调的矛盾冲突,即同一决策者不同属性之间的矛盾冲突和同一属性不同决策者之间的矛盾冲突。解决第一类矛盾主要通过决策者的偏好程度和各属性权重,是一个多属性决策过程.而对于解决第二类矛盾,已有不少学者提出了有效的集结算子,如有序加权平均(ordered weighted averaging, OWA)算子[1-2],优劣解距离法(technique for order preference by similarity to an ideal solution, TOPSIS)算子[3-6]等,但是,这些方法对处理这类矛盾问题还存在不足,尤其是当某位专家对某个方案存在偏见或过分偏好时,其评价值就会与其他专家产生高度冲突,从而利用这些方法会影响到该方案的整体排序结果,甚至会产生有悖实际的排序结果。本文考虑属性值和属性权重均为三角模糊数的多属性群决策问题,首先利用各属性的权重对每一个方案进行集结,得到各方案综合属性偏好值,然后利用推广的D-S证据理论的数据融合技术,对专家之间高度冲突的多源数据,以各专家对每个方案的平均支持程度的方式进行加权分配,并对不同专家对不同方案的偏好值进行集结。在模糊数的排序问题中,目前虽然已有不同的方法,如基于可能度[3]、期望值[4]、中心距等方法,但是这些方法仍然存在不足。为了能够建立互补判断矩阵(满足自对偶性),本文采用可信性测度的概念,对两个模糊数比较进行度量,通过模糊模拟方法对其可信性值进行计算,并得到最终排序.算例的结果与其他方法进行了比较,结果表明了本文方法的有效性和合理性。

1 相关预备知识

定义 1[7] 设$(\Theta, P(\Theta), Pos)$是可能性空间,A是幂集$P(\Theta)$中的一个元素,则称$Cr\{A\}=\frac{1}{2}(Pos\{A\}+Nec\{A\})$为事件$A$的可信性测度。其中,$Pos\{A\}$为事件$A$的可能性测度;$Nec\{A\}$为事件$A$的必要性测度。

收稿日期:2011-09-29; **修回日期**:2012-04-12。
基金项目:国家自然科学基金(81090272)资助课题
作者简介:孙世权(1986-),男,硕士研究生,主要研究方向为不确定多属性决策。E-mail:ssqxidian@126.com

可能性测度 Pos 是对事件 A 发生的可能性直接性的度量，而必要性测度 Nec 是对事件 A 发生的可能性间接性的度量。为此，可信性测度是将二者进行求和平均。

对任意两个三角模糊数 $\tilde{A}=(a_1,a_2,a_3)$，$\tilde{B}=(b_1,b_2,b_3)$，可以得到 $\tilde{A}\geqslant\tilde{B}$ 的可信性测度为

$$Cr\{\tilde{A}\geqslant\tilde{B}\}=\frac{1}{2}(Pos\{\tilde{A}\geqslant\tilde{B}\}+Nec\{\tilde{A}\geqslant\tilde{B}\})$$

由可信性测度的性质易得[8]：

(1) $0\leqslant Cr\{\tilde{A}\geqslant\tilde{B}\}\leqslant 1, 0\leqslant Cr\{\tilde{A}\leqslant\tilde{B}\}\leqslant 1$；

(2) $Cr\{\tilde{A}\geqslant\tilde{B}\}+Cr\{\tilde{A}\leqslant\tilde{B}\}=1$；

(3) $Cr\{\tilde{A}\geqslant\tilde{A}\}=0.5$。

定义 2[9]　若矩阵 $\boldsymbol{F}=(f_{ij})_{n\times n}$ 满足：

(1) $f_{ij}=0.5$，$i=j(i,j=1,2,\cdots,n)$

(2) $f_{ij}+f_{ji}=1$，$i\neq j(i,j=1,2,\cdots,n)$

则称矩阵 $\boldsymbol{F}=(f_{ij})_{n\times n}$ 为互补判断矩阵。

根据模糊数扩展原理知三角模糊数有以下运算性质：

(1) 若 $\tilde{A}=(a_1,a_2,a_3)$，λ 为实数，则 $\lambda\odot\tilde{A}=(\lambda a_1,\lambda a_2,\lambda a_3)$；

(2) 若 $\tilde{A}=(a_1,a_2,a_3)$，$\tilde{B}=(b_1,b_2,b_3)$，则 $\tilde{A}\oplus\tilde{B}=(a_1+b_1,a_2+b_2,a_3+b_3)$；

(3) 若 $\tilde{A}=(a_1,a_2,a_3)$，$\tilde{B}=(b_1,b_2,b_3)$，则 $\tilde{A}\otimes\tilde{B}=(a_1b_1,a_2b_2,a_3b_3)$；

(4) 若 $\tilde{A}=(a_1,a_2,a_3)$，则 $\tilde{A}^{-1}=(1/a_3,1/a_2,1/a_1)$。

2　利用模糊模拟技术计算可信性测度

模糊模拟是实现从模糊系统模型中做抽样试验的技术，由于它对隶属度函数的解析性质要求低，对求解多维不确定变量问题已得到广泛的应用。模糊模拟方法不会随着隶属函数表达式的复杂，而增加计算的复杂度。为了说明算法具体过程，对两个三角模糊数 $\tilde{A}=(a_1,a_2,a_3)$，$\tilde{B}=(b_1,b_2,b_3)$ 的大小比较进行计算。

具体算法如下：

步骤 1　初始化，临时变量 $p=-\infty$，可能性测度 $T_l=0$，必要性测度 $T_u=0$，置 $N=0$（N 为模拟次数 $N=5\ 000$）。

步骤 2　在三角模糊数 $\tilde{A}$，$\tilde{B}$ 的 α 水平截集内产生两个的随机数 x，y。

步骤 3　置 $p=\min\{\mu_{\tilde{A}}(x),\mu_{\tilde{B}}(y)\}$，其中，$\mu_{\tilde{A}}(\cdot)$ 表示三角模糊数 $\tilde{A}$ 的隶属函数；$\mu_{\tilde{B}}(\cdot)$ 表示三角模糊数 $\tilde{B}$ 的隶属函数。

步骤 4　$x\geqslant y$，如果 $T_l<p$，$T_l=p$，$N=N+1$；否则，不进行操作。

步骤 5　$x<y$，如果 $T_u<p$，$T_u=p$，$N=N+1$；否则，不进行操作。

步骤 6　重复步骤 2～步骤 5 直至最大模拟次数 N。

步骤 7　计算 $\tilde{A}\geqslant\tilde{B}$ 的可信度测度 $Cr\{\tilde{A}\geqslant\tilde{B}\}=\frac{1}{2}(T_l+(1-T_u))$。

注 1　此方法的合理性作比较：对两个三角模糊数 $\tilde{w}_1=(0.181,0.277,0.483)$，$\tilde{w}_2=(0.171,0.277,0.500)$（文献[10]中的数据），文献[10]中的可能度方法得到 $P\{\tilde{w}_1\geqslant\tilde{w}_2\}=0.502\ 5$，但是，文献[11]得到 $\tilde{w}_1$ 的期望值 $E(\tilde{w}_1)=0.304\ 5$，$\tilde{w}_2$ 的期望值 $E(\tilde{w}_2)=0.306\ 3$。显然 $E(\tilde{w}_1)<E(\tilde{w}_2)$，即 $\tilde{w}_1\geqslant\tilde{w}_2$ 的测度是小于 0.5 的。而利用可信性测度，并用模糊模拟方法得到 $Cr\{\tilde{w}_1\geqslant\tilde{w}_2\}=0.483\ 142$。

3　基于数据融合的多属性群决策

在现实生活中，由于各种情况的复杂性、多变性，用确切的数来表达决策者的偏好信息已不再适用，再加上在群决策过程中，有可能出现个人偏好影响全局方案的排序结果。因此，本文提出了一种新的多属性群决策方法：首先对决策者的偏好信息及属性权重信息用三角模糊数表示，然后采用一种处理具有冲突数据的有效方法-数据融合技术，来处理群决策中由个人偏见而引起的排序结果的不稳定性。

假设某多属性群决策问题，$D=\{d_1,d_2,\cdots,d_t\}$ 为决策者集，每位决策者的权重为 $\theta_k(k\in\{1,2,\cdots,t\})$，$X=\{x_1,x_2,\cdots,x_n\}$ 为方案集，$U=\{u_1,u_2,\cdots,u_m\}$ 为属性集，$\boldsymbol{W}'=(\tilde{w}_1,\tilde{w}_2,\cdots,\tilde{w}_m)$ 为属性权重，其中 $\tilde{w}_i=(w_{1i},w_{2i},w_{3i})(i\in\{1,\cdots,8\})$ 为三角模糊数且 $\sum_{i=1}^{m}w_{2i}=1$。决策者 k 对方案 x_i，按属性 u_j 进行评估，得到 x_i 关于 u_j 的属性值 $\tilde{r}_{ij}^{(k)}$，构成的决策矩阵 $\boldsymbol{R}'^{(k)}=(\tilde{r}_{ij}^{(k)})_{n\times m}$，其中，$\tilde{r}_{ij}^{(k)}=(r_{1ij}^{(k)},r_{2ij}^{(k)},r_{3ij}^{(k)})$ 为三角模糊数。

算法步骤如下：

步骤 1　利用属性权重将第 k 个决策者对第 i 方案的偏好信息进行集结。

$$\widetilde{ag_i^{(k)}}=\sum_{j=1}^{m}\tilde{w}_j\odot\tilde{r}_{ij}^{(k)}=\left(\sum_{j=1}^{m}w_{1j}r_{1ij}^{(k)},\sum_{j=1}^{m}w_{2j}r_{2ij}^{(k)},\sum_{j=1}^{m}w_{3j}r_{3ij}^{(k)}\right)=(ag_{1i}^{(k)},ag_{2i}^{(k)},ag_{3i}^{(k)})$$
$$i=1,2,\cdots,n;\ k=1,2,\cdots,t \qquad (1)$$

步骤 2　利用数据融合技术对矩阵 $\boldsymbol{AG}'=(\widetilde{ag_i^{(k)}})_{t\times n}$ 进行合成。

$$\boldsymbol{AG}'=\begin{pmatrix}\widetilde{ag_1^{(1)}} & \widetilde{ag_2^{(1)}} & \cdots & \widetilde{ag_n^{(1)}}\\ \widetilde{ag_1^{(2)}} & \widetilde{ag_2^{(2)}} & \cdots & \widetilde{ag_n^{(2)}}\\ \vdots & \vdots & & \vdots\\ \widetilde{ag_1^{(t)}} & \widetilde{ag_2^{(t)}} & \cdots & \widetilde{ag_n^{(t)}}\end{pmatrix}_{t\times n}$$

步骤 2.1　对矩阵的每行进行归一化处理，得矩阵

$$\boldsymbol{AG}''=(\widetilde{ag'^{(k)}_i})_{t\times n}$$

$$\widetilde{ag'^{(k)}_i}=\left(ag^{(k)}_{1i}\Big/\sum_{i=1}^{n}ag^{(k)}_{3i},ag^{(k)}_{2i}\Big/\sum_{i=1}^{n}ag^{(k)}_{2i},ag^{(k)}_{3i}\Big/\sum_{i=1}^{n}ag^{(k)}_{1i}\right)$$

$$i=1,2,\cdots,n;\ k=1,2,\cdots,t \qquad (2)$$

步骤 2.2 利用下列合成公式进行计算。

$$\widetilde{ag'_i}=(\widetilde{ag'^{(1)}_i}\otimes\cdots\otimes\widetilde{ag'^{(t)}_i})\oplus\widetilde{K}\otimes\widetilde{Q}_i \qquad (3)$$

式中，$\widetilde{K}=\sum\limits_{i_1\neq i_2\neq\cdots\neq i_t}\widetilde{ag'^{(1)}_{i_1}}\otimes\widetilde{ag'^{(2)}_{i_2}}\otimes\cdots\otimes\widetilde{ag'^{(t)}_{i_t}}$ 表示相互冲突程度；$\widetilde{Q}_i=\sum\limits_{k=1}^{t}\theta_k\odot\widetilde{ag'^{(k)}_i}(i=1,2,\cdots,n)$ 表示对第 i 个方案的支持程度(其中 $\sum$ 代表$\oplus$累加)。

步骤 3 利用模糊模拟的技术对 n 个方案进行两两比较，计算可信性值建立互补判断矩阵

$$\boldsymbol{F}=(f_{ij})_{n\times n}$$

式中，$f_{ij}=Cr\{\widetilde{ag'_i}\geqslant\widetilde{ag'_j}\}$，$i,j=1,2,\cdots,n$

步骤 4 利用公式 $\omega_i=1/n\cdot(\sum\limits_{j=1}^{n}f_{ij}+1-n/2)$ 求权重[12]，得到各方案的最终排序。

4 算 例

设有 3 位决策者 d_1,d_2,d_3，决策方案集为 $X=\{x_1,x_2,x_3,x_4\}$，方案的属性集为 $U=\{u_1,u_2,u_3,u_4,u_5,u_6,u_7,u_8\}$，相应的各属性三角模糊数形式的权重分别为 $\boldsymbol{W}'=((0.40,0.50,0.60),(0.40,0.50,0.60),(0.70,0.80,0.90),(0.60,0.70,0.80),(0.70,0.80,0.90),(0.60,0.70,0.80),(0.60,0.70,0.80),(0.40,0.50,0.60))$。下面在两种情形下将本文算法与其他算法进行分析比较：(1) 利用文献[4]中数据对 3 种算法的结果进行比较；(2) 假设决策者 $d_t(t\in\{1,2,3\})$，针对属性 $u_m(m\in\{1,\cdots,8\})$ 对方案 $x_n(n\in\{1,2,3,4\})$ 存有偏见，与其他决策者的评价值产生了高度冲突的情况下对两种方法进行比较。

解 (1) 设 3 位决策者给出的偏好决策矩阵分别为 $\boldsymbol{R}'^{(1)},\boldsymbol{R}'^{(2)},\boldsymbol{R}'^{(3)}$，如表 1～表 3 所示。

表 1 决策矩阵 $\boldsymbol{R}'^{(1)}$

	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5	u_6	u_7	u_8
x_1	(0.6,0.7,0.8)	(0.7,0.8,0.9)	(0.7,0.8,0.9)	(0.4,0.5,0.6)	(0.6,0.7,0.8)	(0.6,0.7,0.8)	(0.7,0.8,0.9)	(0.6,0.7,0.8)
x_2	(0.7,0.8,0.9)	(0.6,0.7,0.8)	(0.4,0.5,0.6)	(0.6,0.7,0.8)	(0.7,0.8,0.9)	(0.6,0.7,0.8)	(0.6,0.7,0.8)	(0.6,0.7,0.8)
x_3	(0.6,0.7,0.8)	(0.6,0.7,0.8)	(0.7,0.8,0.9)	(0.4,0.5,0.6)	(0.7,0.8,0.9)	(0.7,0.8,0.9)	(0.6,0.7,0.8)	(0.7,0.8,0.9)
x_4	(0.6,0.7,0.8)	(0.6,0.7,0.8)	(0.2,0.3,0.4)	(0.4,0.5,0.6)	(0.7,0.8,0.9)	(0.4,0.5,0.6)	(0.6,0.7,0.8)	(0.6,0.7,0.8)

表 2 决策矩阵 $\boldsymbol{R}'^{(2)}$

	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5	u_6	u_7	u_8
x_1	(0.4,0.5,0.6)	(0.6,0.7,0.8)	(0.7,0.8,0.9)	(0.4,0.5,0.6)	(0.6,0.7,0.8)	(0.7,0.8,0.9)	(0.4,0.5,0.6)	(0.6,0.7,0.8)
x_2	(0.6,0.7,0.8)	(0.4,0.5,0.6)	(0.4,0.5,0.6)	(0.4,0.5,0.6)	(0.7,0.8,0.9)	(0.6,0.7,0.8)	(0.7,0.8,0.9)	(0.4,0.5,0.6)
x_2	(0.4,0.5,0.6)	(0.4,0.5,0.6)	(0.6,0.7,0.8)	(0.6,0.7,0.8)	(0.7,0.8,0.9)	(0.7,0.8,0.9)	(0.7,0.8,0.9)	(0.7,0.8,0.9)
x_4	(0.4,0.5,0.6)	(0.4,0.5,0.6)	(0.4,0.5,0.6)	(0.4,0.5,0.6)	(0.7,0.8,0.9)	(0.6,0.7,0.8)	(0.4,0.5,0.6)	(0.4,0.5,0.6)

表 3 决策矩阵 $\boldsymbol{R}'^{(3)}$

	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5	u_6	u_7	u_8
x_1	(0.4,0.5,0.6)	(0.6,0.7,0.8)	(0.6,0.7,0.8)	(0.4,0.5,0.6)	(0.7,0.8,0.9)	(0.6,0.7,0.8)	(0.4,0.5,0.6)	(0.6,0.7,0.8)
x_2	(0.6,0.7,0.8)	(0.4,0.5,0.6)	(0.4,0.5,0.6)	(0.7,0.8,0.9)	(0.6,0.7,0.8)	(0.4,0.5,0.6)	(0.7,0.8,0.9)	(0.6,0.7,0.8)
x_3	(0.7,0.8,0.9)	(0.6,0.7,0.8)	(0.6,0.7,0.8)	(0.6,0.7,0.8)	(0.7,0.8,0.9)	(0.7,0.8,0.9)	(0.6,0.7,0.8)	(0.7,0.8,0.9)
x_4	(0.4,0.5,0.6)	(0.4,0.5,0.6)	(0.2,0.3,0.4)	(0.4,0.5,0.6)	(0.7,0.8,0.9)	(0.6,0.7,0.8)	(0.4,0.5,0.6)	(0.4,0.5,0.6)

用 Matlab R2009a 编写算法程序，具体结果与分析如下。

首先对三角模糊数属性权重利用下面公式进行归一化处理：

$$\tilde{w}_i=\left(\frac{w_{1i}}{\sum\limits_{i=1}^{m}w_{3i}},\frac{w_{2i}}{\sum\limits_{i=1}^{m}w_{2i}},\frac{w_{3i}}{\sum\limits_{i=1}^{m}w_{1i}}\right),\ i\in\{1,\cdots,8\}$$

根据式(1)对偏好信息进行集结得到判断矩阵 $\boldsymbol{AG}'=(\widetilde{ag^{(k)}_i})_{3\times 4}$。

利用式(2)归一化后，根据式(3)进行数据合成，每个方案的模糊评价值为

$$\widetilde{ag'_1}=(0.003\,4,0.112\,3,4.162\,7)$$

$$\widetilde{ag'_2}=(0.003\,2,0.106\,7,4.008)$$

$$\widetilde{ag'_3}=(0.004\,0,0.125\,1,4.513\,8)$$

$$\widetilde{ag'_4}=(0.002\,5,0.092\,0,3.578\,4)$$

利用模糊模拟技术进行仿真建立互补判断矩阵为

$$\boldsymbol{F}=\begin{pmatrix}0.500\,0 & 0.504\,1 & 0.496\,7 & 0.506\,9\\0.495\,9 & 0.500\,0 & 0.496\,5 & 0.501\,5\\0.503\,3 & 0.503\,5 & 0.500\,0 & 0.505\,7\\0.493\,1 & 0.498\,5 & 0.494\,3 & 0.500\,0\end{pmatrix}$$

权重向量：$\boldsymbol{w}=(0.2519,0.2485,0.2531,0.2465)$

最终的排序结果为：$x_3 \succ x_1 \succ x_2 \succ x_4$。

表 4 列出的几种方法的结果比较。

表 4　3 种算法的结果比较

方法	求得权重	排序结果
语言 OWA[13]	—	$x_3 \succ x_2 \sim x_1 \succ x_4$
TOPSIS[3]	(0.254 7,0.251 1,0.274 0,0.220 2)	$x_3 \succ x_1 \succ x_2 \succ x_4$
本文方法	(0.251 9,0.248 5,0.253 1,0.246 5)	$x_3 \succ x_1 \succ x_2 \succ x_4$

从表 4 可以看出采用语言 OWA 算子，得出的排序结果是 $x_3 \succ x_2 \sim x_1 \succ x_4$，方案 x_1 和方案 x_2 的优劣程度是一样的，即无法区别方案 x_1 和方案 x_2 的优劣。

(2) 现在假设决策者 d_1 对方案 x_1 存在偏见，他给出方案 x_1 关于属性 u_2 的评估值为(0.1,0.2,0.3)(决策者 d_2，d_3 给出相应的评估值均为(0.6,0.7,0.8))，其余的评估值保持不变。采用 TOPSIS 方法和本文方法计算所得结果如表 5 所示。

表 5　TOPSIS 算法和本文算法的比较

方法	求得权重	排序结果
TOPSIS[3]	(0.249 6,0.252 8,0.275 6,0.221 7)	$x_3 \succ x_2 \succ x_1 \succ x_4$
本文方法	(0.251 4,0.248 6,0.253 1,0.246 9)	$x_3 \succ x_1 \succ x_2 \succ x_4$

从表 5 可以看出，TOPSIS 方法对高度冲突的评价值反映较灵敏，得到相反的排序结果，这就使得在实际的群决策的过程中，如果某个决策者对评估对象存在偏见，整个排序结果就会发生变化。

综上，利用数据融合技术，对多属性群决策进行研究，可以得到较为合理排序结果，同样也有效地避免了在群决策过程中，个人偏好决定整体排序结果的不足之处。

5 结　论

本文在模糊环境下，利用 D-S 证据理论的数据融合技术对多属性群决策问题进行了研究，将可信性测度引入来度量两个模糊数大小的比较，并利用模糊模拟方法进行计算。算例结果表明，即使某个决策者对评价方案存有偏见，但是在一定范围内，最终的排序结果不会随着高度冲突的数据发生变化。本文提的方法可以应用到人员招聘、方案选择和其他管理决策等实际问题中。

参考文献：

[1] Yager R R. Families of OWA operators[J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 1993, 59(2): 125-148.

[2] Zhou S M, Francisco C, John R I, et al. Fuzzification of the OWA operators for aggregating uncertain information with uncertain weights[J]. *Theory and Practice Studies in Fuzziness and Soft Computing*, 2011, 265: 91-109.

[3] Chen C T. Extensions of the TOPSIS for group decision-making under fuzzy environment[J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 2000, 114 (1): 1-9.

[4] Socorro M, García C. The TOPSIS method and its application to linguistic variables[J]. *Preferences and Decisions*, 2010, 257: 383-395.

[5] Chen Y, Li K. An OWA-TOPSIS method for multiple criteria decision analysis[J]. *Expert Systems with Applications*, 2011, 38(5): 5205-5211.

[6] Ashtiani B, Haghighirad F. Extension of fuzzy TOPSIS method based on interval-valued fuzzy sets[J]. *Applied Soft Computing*, 2009, 9(9): 457-461.

[7] Liu B, Liu Y K. Expected value of fuzzy variable and fuzzy expected value models[J]. *IEEE Trans. on Fuzzy Systems*, 2002, 10(4): 445-450.

[8] 刘宝碇，赵瑞清. 不确定规划理论及应用[M]. 北京：清华大学出版社，2004. (Liu B D, Zhao R Q. *Uncertain programming with applications*[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2004.)

[9] 徐泽水. AHP 中两类标度的关系研究[J]. 系统工程理论与实践，1999，19(7)：1-6. (Xu Z S. Study on the relation between two classes of scales in AHP[J]. *Systems Engineering—Theory & Practice*, 1999, 19(7): 1-6.)

[10] 徐泽水. 三角模糊数互补判断矩阵的一种排序方法[J]. 模糊系统与数学，2002，16(1)：47-50. (Xu Z S. A method of priorities of triangular fuzzy number complementary judgement matrices[J]. *Fuzzy Systems and Mathematics*, 2002, 16(1): 47-50.)

[11] 姜艳萍，樊治平. 一种三角模糊数互补判断矩阵的排序方法[J]. 系统工程与电子技术，2002，24 (7)：34-36. (Jiang Y P, Fan Z P. A ranking method for reciprocal judgement matrix with triangular fuzzy numbers[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2002, 24(7): 34-36.)

[12] 徐泽水. 模糊互补判断矩阵排序的最小方差法[J]. 系统工程理论与实践，2001，21(10)：93-96. (Xu Z S. The least variance priority method (LVM) for fuzzy complementary judgement matrix[J]. *Systems Engineering—Theory & Practice*, 2001, 21(10): 93-96.)

[13] 徐泽水. 不确定多属性决策方法及应用[M]. 北京：清华大学出版社，2004. (Xu Z S. *Uncertain multiple attribute decision making: methods and applications*[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2004.)